

## Тренировочные задачи

### Простейшие тригонометрические уравнения

Во всех ответах предполагается, что  $n \in \mathbb{Z}$ .

1. Решите уравнение:

а)  $\cos 2x = 1$ ;

б)  $\cos 3x = -1$ ;

в)  $\sin \frac{x}{2} = -1$ ;

г)  $\sin \frac{2x}{3} = 1$ ;

д)  $\cos \frac{x}{4} = 0$ ;

е)  $\sin 5x = 0$ .

$$\frac{9}{2n\pi} \left( \vartheta : u\lambda\varphi + \nu\zeta \right) \left( \Upsilon : u\lambda\vartheta + \frac{\nu}{\lambda\vartheta} \right) \left( \mathfrak{I} : u\lambda\varphi + \nu - \left( \mathfrak{A} : \frac{\vartheta}{u\lambda\zeta} + \frac{\vartheta}{\lambda} \right) \left( \mathfrak{G} : u\lambda \right) \left( \mathfrak{B} \right)$$

2. Решите уравнение:

а)  $\cos \left( x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$ ;

б)  $\cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = -1$ ;

в)  $\sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) = 1$ ;

г)  $\sin \left( x - \frac{3\pi}{4} \right) = -1$ ;

д)  $\sin \left( 2x + \frac{\pi}{5} \right) = 0$ ;

е)  $\cos \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{12} \right) = 0$ .

$$u\lambda\zeta + \frac{9}{\lambda\zeta} \left( \vartheta : \frac{\zeta}{u\lambda} + \frac{0\Gamma}{\lambda} - \left( \Upsilon : u\lambda\zeta + \frac{\nu}{\lambda} \right) \left( \mathfrak{I} : u\lambda\zeta + \frac{\vartheta}{\lambda} \right) \left( \mathfrak{A} : u\lambda\zeta + \frac{\nu}{\lambda\vartheta} \right) \left( \mathfrak{G} : u\lambda\zeta + \frac{\vartheta}{\lambda} \right) \left( \mathfrak{B} \right)$$

3. Решите уравнение:

а)  $\operatorname{tg} \left( x - \frac{\pi}{4} \right) = 1$ ;

б)  $\operatorname{ctg} \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = 1$ ;

в)  $\operatorname{tg} 2x = -1$ ;

г)  $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -1$ ;

д)  $\operatorname{tg} \left( 3x + \frac{\pi}{6} \right) = 0$ ;

е)  $\operatorname{ctg} \left( \frac{x}{3} - \frac{\pi}{9} \right) = 0$ .

$$u\lambda\vartheta + \frac{9}{\lambda\Gamma} \left( \vartheta : \frac{\vartheta}{u\lambda} + \frac{8\Gamma}{\lambda} - \left( \Upsilon : u\lambda\zeta + \nu - \left( \mathfrak{I} : \frac{\zeta}{u\lambda} + \frac{8}{\lambda} - \left( \mathfrak{A} : u\lambda \right) \left( \mathfrak{G} : u\lambda + \frac{\zeta}{\lambda} \right) \left( \mathfrak{B} \right) \right) \right)$$

4. Найдите решения уравнения  $\cos x = \frac{1}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

$$u\lambda\zeta + \frac{\vartheta}{\lambda}$$

5. Найдите решения уравнения  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x < 0$ .

$$u\lambda\zeta + \frac{\nu}{\lambda} -$$

6. Найдите решения уравнения  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

$$n\pi + \frac{6}{5}$$

7. Найдите решения уравнения  $\cos x = -\frac{1}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x < 0$ .

$$n\pi + \frac{3}{2}$$

8. Найдите решения уравнения  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

$$n\pi + \frac{3}{4}$$

9. Найдите решения уравнения  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x < 0$ .

$$n\pi + \frac{6}{5}$$

10. Найдите решения уравнения  $\sin x = \frac{1}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x > 0$ .

$$n\pi + \frac{6}{5}$$

11. Найдите решения уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

$$n\pi + \frac{3}{4}$$

12. Найдите решения уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x > 0$ .

$$n\pi + \frac{3}{5}$$

13. Найдите решения уравнения  $\sin x = -\frac{1}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

$$n\pi + \frac{6}{5}$$

14. Найдите решения уравнения  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x > 0$ .

$$n\pi + \frac{7}{4}$$

15. Найдите решения уравнения  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

$$n\pi + \frac{3}{2}$$

16. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

$$n\pi + \frac{6}{5}$$

17. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

18. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

$$\frac{9}{\pi} + 2\pi n$$

19. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

20. Найдите решения уравнения  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

$$\frac{9}{\pi} + 2\pi n$$

21. а) Решите уравнение:

$$\operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$ .

$$\frac{\pi}{3} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

22. а) Решите уравнение:

$$\sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ 2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$ .

$$\frac{\pi}{4} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

23. а) Решите уравнение:

$$\sin 5x \cos 3x - \cos 5x \sin 3x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right]$ .

$$\frac{\pi}{4} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

24. а) Решите уравнение:

$$\cos 6x \cos 4x + \sin 6x \sin 4x = -1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[3\pi; 4\pi]$ .

$$\frac{\pi}{2} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

25. а) Решите уравнение:

$$2 \cos \left( \frac{\pi}{3} - x \right) - 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \frac{3\pi}{2}; 3\pi \right]$ .

$$\frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi; \frac{5\pi}{2}; 3\pi$$

26. а) Решите уравнение:

$$2 \sin \left( \frac{\pi}{6} - x \right) - \sqrt{3} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[\pi; 2\pi]$ .

$$\frac{3\pi}{2}; \pi; \frac{5\pi}{2}; 2\pi; \frac{7\pi}{2}; 3\pi$$

27. а) Решите уравнение:

$$\sin \left( \frac{\pi}{2} - x \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-2\pi; -\pi]$ .

$$\frac{3\pi}{2}; -\pi; \frac{5\pi}{2}; -2\pi; \frac{7\pi}{2}; -3\pi$$

28. а) Решите уравнение:

$$\cos \left( \frac{3\pi}{2} + x \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$ .

$$\frac{\pi}{2}; -\pi; \frac{3\pi}{2}; -2\pi; \frac{5\pi}{2}; -3\pi$$

29. а) Решите уравнение:

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-3\pi; -2\pi]$ .

$$\frac{3\pi}{2}; -2\pi; \frac{5\pi}{2}; -3\pi; \frac{7\pi}{2}; -4\pi$$

30. а) Решите уравнение:

$$\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \frac{\pi}{2}; 2\pi \right]$ .

$$\frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi; \frac{5\pi}{2}; 3\pi$$

31. Решите уравнение:

а)  $|\sin x| = \frac{1}{2}$ ;

б)  $|\cos x| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

$$\frac{\pi}{2n\pi} + \frac{\pi}{2} \quad (g) \quad u\pi + \frac{9}{2} \quad (e)$$

32. Решите уравнение:

а)  $\sin x \cdot \sqrt{\cos x} = 0$ ;

б)  $\cos x \cdot \sqrt{-\sin x} = 0$ ;

в)  $\sin \frac{3x}{2} \cdot \sqrt{\operatorname{tg} x} = 0$ ;

г)  $\cos 3x \cdot \sqrt{-\operatorname{tg} x} = 0$ .

$$u\pi + \frac{9}{2} - u\pi \quad (a) \quad u\pi + \frac{\pi}{2} \quad (b) \quad u\pi + \frac{\pi}{2} - u\pi \quad (g) \quad u\pi + \frac{\pi}{2} \quad (e)$$

33. Решите уравнение:

а)  $\sin x \sin 2x = 0$

б)  $\cos x \cos 3x = 0$ ;

в)  $(\operatorname{tg} x - 1) \cos 2x = 0$ ;

г)  $\cos x \operatorname{tg} 2x = 0$ .

$$\frac{\pi}{2n\pi} \quad (a) \quad \frac{\pi}{2n\pi} + \frac{\pi}{2} \quad (b) \quad \frac{\pi}{2n\pi} + \frac{9}{2} \quad (g) \quad \frac{\pi}{2n\pi} \quad (e)$$

34. Решите уравнение:

а)  $\sin x \cdot \sqrt{16 - x^2} = 0$ ;

б)  $\cos x \cdot \sqrt{6x - x^2 - 5} = 0$ .

$$\frac{\pi}{2n\pi} \quad (a) \quad \frac{\pi}{2n\pi} \quad (b) \quad \frac{\pi}{2n\pi} \quad (g) \quad \frac{\pi}{2n\pi} \quad (e)$$

35. (МГУ, ДВИ, 2011) Решите уравнение:

$$(\sin x - \cos x)^2 = 2.$$

$$u\pi + \frac{\pi}{2} -$$

36. (МГУ, химический ф-т, 2008) Решите уравнение

$$\frac{\cos 2x}{1 - \sqrt{2} \sin x} = 0.$$

$$u\pi + \frac{\pi}{2} \quad (1-u)$$

37. (МГУ, МШЭ, 2006) Решите уравнение

$$\frac{\sin 3x}{1 + 2 \cos 2x} = 0.$$

$$u\pi$$