

Основные формулы планиметрии

1. Произвольный треугольник:

Центр описанной окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров.

Центр вписанной окружности – точка пересечения биссектрис.

(a, b, c – стороны; α, β, γ – противолежащие им углы; p – полупериметр; R – радиус описанной окружности; r – радиус вписанной окружности; S – площадь; h_a – высота, проведенная к стороне a):

$$S = \frac{1}{2} ah_a; \quad S = \frac{1}{2} bc \sin \alpha;$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};$$

$$S = pr; \quad R = \frac{abc}{4S};$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad (\text{теорема косинусов});$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \quad (\text{теорема синусов}).$$

2. Прямоугольный треугольник:

Центр описанной окружности совпадает с центром гипотенузы.

(a, b – катеты; c – гипотенуза; a_c, b_c – проекции катетов на гипотенузу):

$$S = \frac{1}{2} ab; \quad S = \frac{1}{2} ch_c;$$

$$r = \frac{ab}{a+b+c} = \frac{a+b-c}{2}; \quad R = \frac{c}{2};$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (\text{теорема Пифагора});$$

$$\frac{a_c}{h_c} = \frac{h_c}{b_c}; \quad \frac{a_c}{a} = \frac{a}{c}; \quad \frac{b_c}{b} = \frac{b}{c};$$

$$a = c \sin \alpha = c \cos \beta = b \operatorname{ctg} \alpha = b \operatorname{ctg} \beta.$$

3. Равносторонний треугольник:

Медиана = биссектрисе. $OR = Or$.

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; \quad r = \frac{a \sqrt{3}}{6}; \quad R = 2r = \frac{a \sqrt{3}}{3}.$$

4. Произвольный выпуклый четырехугольник

(d_1 и d_2 – диагонали; φ – угол между ними; S – площадь):

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi.$$

5. Параллелограмм

(a и b – смежные стороны; α – угол между ними; h_a – высота, проведенная к стороне a):

$$S = ah_a = ab \sin \alpha = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

6. Ромб:

В любой ромб можно вписать окружность.

$$r = \frac{H}{2} = \frac{d_1 d_2}{4a};$$

$$S = ah_a = a^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} d_1 d_2.$$

7. Прямоугольник:

Около любого прямоугольника можно описать окружность.

$$R = \frac{d}{2}; \quad S = ab = \frac{1}{2} d^2 \sin \varphi.$$

8. Квадрат

(d – диагональ):

$$R = \frac{d}{2}; \quad r = \frac{a}{2}; \quad S = a^2 = \frac{d^2}{2}.$$

9. Трапеция

(a и b – основания; h – расстояние между ними; l – средняя линия):

$$l = \frac{a+b}{2}; \quad S = \frac{a+b}{2} h = lh.$$

10. Описанный многоугольник

(p – полупериметр; r – радиус вписанной окружности):

$$S = pr.$$

11. Правильный многоугольник

(a_n – сторона правильного n -угольника; R – радиус описанной окружности; r – радиус вписанной окружности):

$$a_3 = R\sqrt{3}; \quad a_4 = R\sqrt{2}; \quad a_6 = R;$$

$$S = \frac{na_n r}{2}.$$

12. Окружность, круг

(r – радиус; C – длина окружности; S – площадь круга):

$$C = 2\pi r; \quad S = \pi r^2.$$

13. Сектор

(l – длина дуги, ограничивающей сектор; n° – градусная мера центрального угла; α – радианная мера центрального угла):

$$l = \frac{\pi r n^\circ}{180^\circ} = r\alpha; \quad S = \frac{\pi r^2 n^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{2} r^2 \alpha.$$