

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 60

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

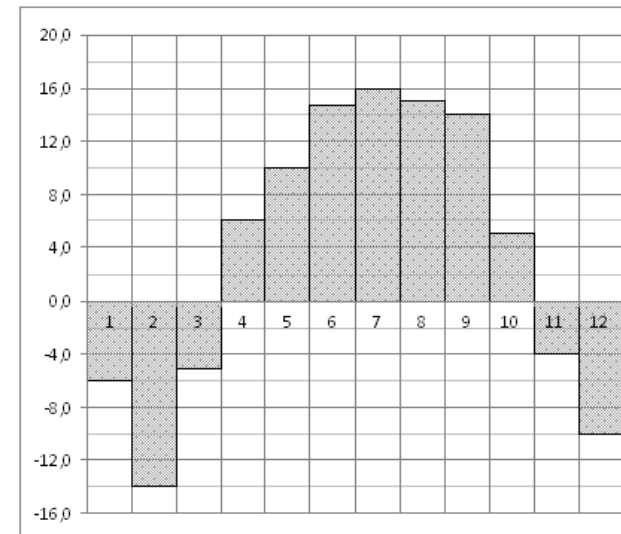
Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 В общежитии института в каждой комнате можно поселить четырех человек. Какое наименьшее количество комнат необходимо для поселения 83 иногородних студентов?

В2 В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 сентября счётчик показывал расход 103 куб.м воды, а 1 октября — 114 куб.м. Какую сумму должен заплатить Алексей за холодную воду за сентябрь, если цена 1 куб.м холодной воды составляет 19 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях.

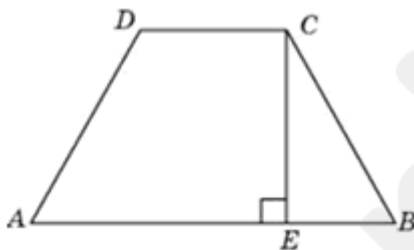
В3 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 8 градусов Цельсия.



В4 Для изготовления книжных полок требуется заказать 32 одинаковых стекла в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла $0,25 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стекла и шлифовку края. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	415	75
В	430	65
С	465	60

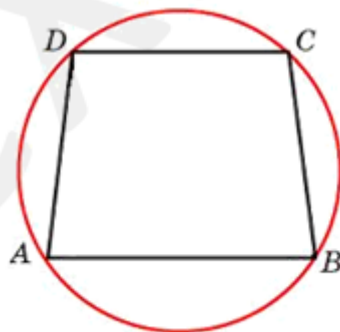
В5 Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.



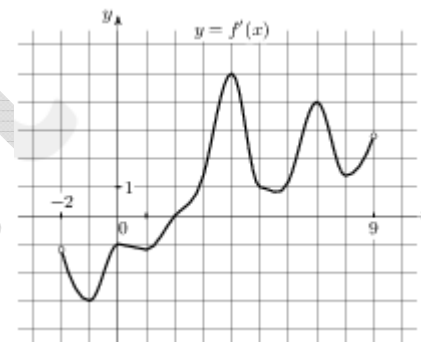
В6 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

В7 Найдите корень уравнения $(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2$.

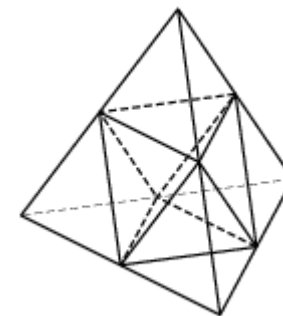
В8 Основания равнобедренной трапеции равны 72 и 30. Радиус описанной окружности равен 39. Найдите высоту трапеции.



В9 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 6]$ функция M принимает наибольшее значение?



В10 Объем тетраэдра равен 180. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются середины ребер данного тетраэдра.



Часть 2

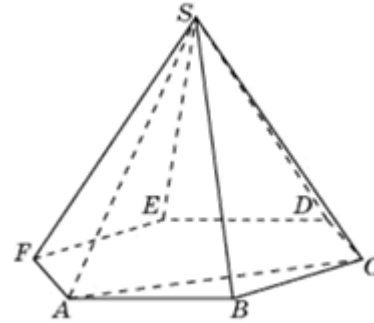
Ответом к заданиям этой части (В11–В15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В11 Найдите значение выражения $3x \cdot (2x^{10})^6 : (2x^{12})^5$ при $x = 25$.

В12 Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в $H \cdot м$) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin \alpha$, где $I = 2A$ — сила тока в рамке, $B = 3 \cdot 10^{-3}$ Тл — значение индукции магнитного поля, $l = 0,5$ м — размер рамки, $N = 1000$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком

наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше $0,75 H \cdot m$?

B13 Объем треугольной пирамиды $SABC$, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$, равен 1. Найдите объем шестиугольной пирамиды.



B14 Из городов A и B навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 45 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

B15 Найдите точку максимума функции $y = \frac{16}{x} + x + 3$.

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $(1 + 2 \sin x) \sin x = \sin 2x + \cos x$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$

C2 Шар, радиус которого равен 2, вписан в правильную четырехугольную пирамиду $SABCD$ с вершиной S . Второй шар радиуса 1 касается первого шара, основания пирамиды и боковых граней BSC и CSD . Найдите объем пирамиды.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} |x-5|-1 \leq 1 \\ 2|x-6|-4 \leq 1 \\ \frac{1}{4} \log_2(x-2) - \frac{1}{2} \leq \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{x-5} \end{cases}$$

C4 Продолжение общей хорды AB двух пересекающихся окружностей радиусов 8 и 2 пересекает их общую касательную в точке C , точка A лежит между B и C , а M и N – точки касания.

- Докажите, что отношение расстояний от точки C до прямых AM и AN равно $\frac{1}{2}$
- Найдите радиус окружности, проходящей через точки A , M и N

C5 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin^2 x + (a-2)^2 \sin x + a(a-2)(a-3) = 0$$

имеет на отрезке $[0; 2\pi]$ ровно три корня

C6 Дана бесконечная последовательность чисел $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, \dots$ ($k \in \mathbf{N}$), в которой при каждом k член последовательности x_k является корнем уравнения $x^2 - 2 \cdot 3^k \cdot x + 9^k = 0$.

- Найдите наибольший порядковый номер k члена последовательности такой, что в десятичной записи числа x_k используется не более семи цифр.
- Укажите наименьшее натуральное число N , среди делителей которого содержится ровно 8 членов данной последовательности.
- Существует ли такое натуральное число n , что сумма n идущих подряд членов этой последовательности равна некоторому члену этой последовательности.
- Существует ли набор из 2012 членов данной последовательности таких, что никакая сумма нескольких из этих чисел не является полным квадратом.