

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 55

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

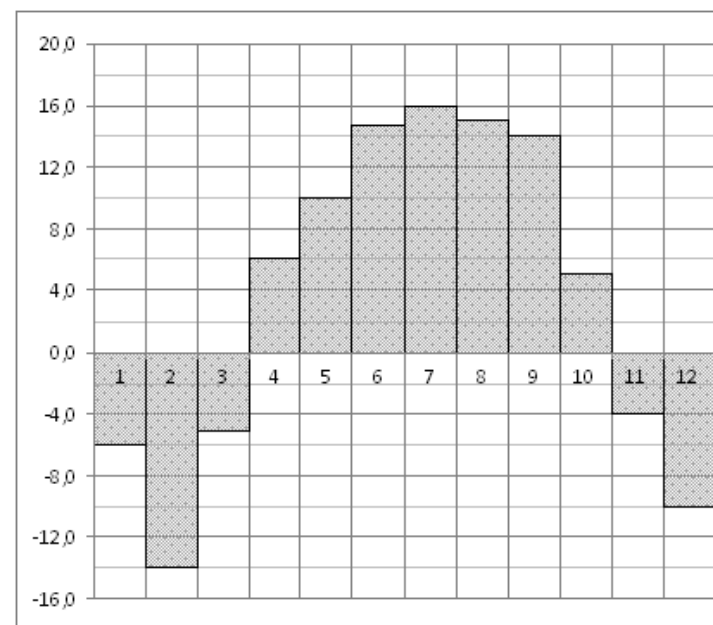
Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 Пирожок в кулинарии стоит 12 рублей. При покупке более 30 пирожков продавец делает скидку 5% от стоимости всей покупки. Покупатель купил 40 пирожков. Сколько рублей он заплатил за покупку?

В2 В летнем лагере 218 детей и 26 воспитателей. В автобус помещается не более 45 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

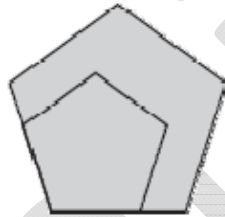
В3 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 8 градусов Цельсия.



В4 Строительной фирме нужно приобрести 73 кубометра пенобетона у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость пенобетона (руб. за за 1 м ³)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	2950	4400 руб.	
Б	3100	5400 руб.	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	2980	3400 руб.	При заказе более 75 м ³ доставка бесплатно

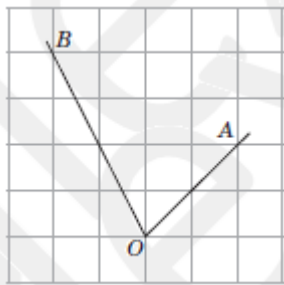
В5 Периметры двух подобных многоугольников относятся как 3 : 5. Площадь меньшего многоугольника равна 18. Найдите площадь большего многоугольника.



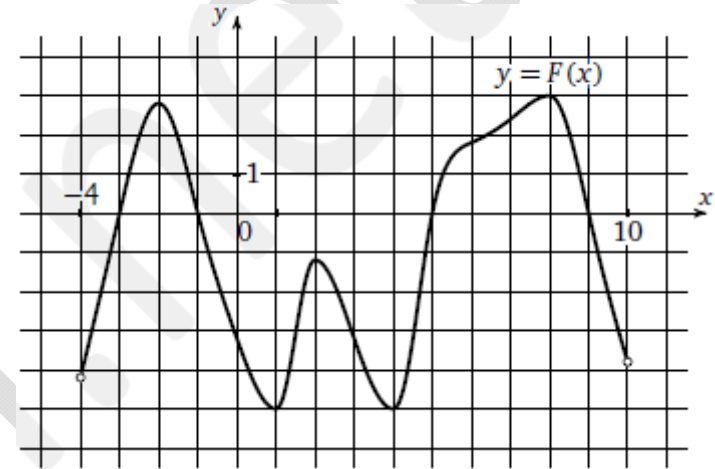
В6 В классе 26 человек, среди них два близнеца—Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе?

В7 Решите уравнение: $13^{11-x} = 7^{11-x}$

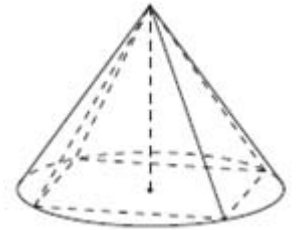
В8 Найдите тангенс угла AOB , изображенного на рисунке.



В9 На рисунке изображен график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции f , определенной на интервале $(-4; 10)$. Найдите количество точек, в которых $f(x)=0$.



В10 Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 6. Найдите его объем, деленный на π .



Часть 2

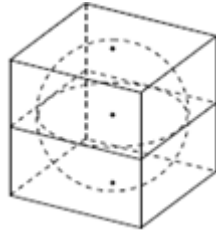
Ответом к заданиям этой части (В11–В15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В11 Найдите значение выражения: $8 \operatorname{tg} 150^{\circ} \cdot \sin(-300^{\circ}) \cdot \cos(720^{\circ})$

B12 При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ где $l_0 = 50$ м — длина

покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^8$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала не более 48 м? Ответ выразите в км/с.

B13 Найдите площадь поверхности куба, описанного около сферы, радиус которой равен 5.



B14 Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

B15 Найдите точку максимума функции $y = \sin x - 4 \cos x - 4x \sin x + 5$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $5 \cos 2x + 7 \cos \left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 1 = 0$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

C2 В кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ плоскость проходит через прямую A_1B_1 и середину ребра DD_1 . Найдите расстояние от середины ребра CD до плоскости, если ребро куба равно 4.

C3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^x - 2^{\frac{2x+1}{2}} < 2^{\frac{2x+7}{2}} - 3^{2x-1} \\ \frac{x-1}{x\sqrt{4+3x-x^2}} \geq 0 \end{cases}$$

C4 В треугольнике ABC точка O — центр описанной окружности, точка R лежит на отрезке BC и $BR=RC$. Описанная около треугольника BRO окружность пересекает AB в точке T . Известно, что угол BOR равен 30 градусам, $RT=8$, $BT=6$.

а) Докажите, что $TR \parallel AC$

б) Найдите площадь треугольника ABC

C5 Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(a^2 - 6a + 9)(2 + 2 \sin x - \cos^2 x) + (12a - 18 - 2a^2)(1 + \sin x) + a + 3 = 0$$

не имеет решений.

C6 Для любого натурального числа n через $S(n)$ обозначим такое наибольшее натуральное число, что для любого натурального числа k , не превосходящего $S(n)$, число n^2 представимо в виде суммы k квадратов натуральных чисел.

а) Докажите для любого $n > 3$ неравенство $S(n) < n^2 - 13$.

б) Найдите хотя бы одно такое натуральное число n , что $S(n) = n^2 - 14$.

в) Докажите, что существует бесконечно много таких натуральных n , что $S(n) = n^2 - 14$.